

日本神社的数学：算额的故事

徐泽林

东华大学人文学院

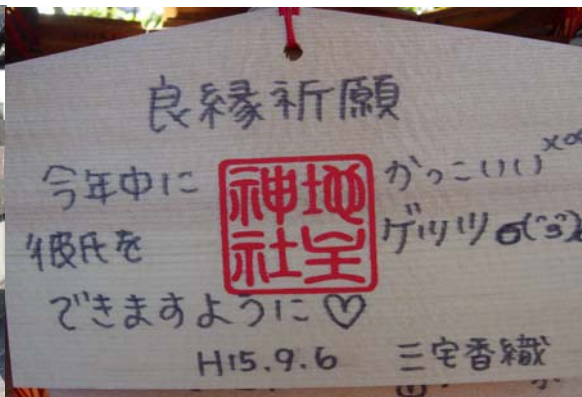
江户时代(1603—1867)的日本,在汉文化基础上发展出具有日本民族特色的各种文化,其中的数学文化叫做和算。和算算额是悬挂在神社、寺庙廊檐或“绘马堂”中记录数学问题的木制匾额,它是日本人宗教信仰中向神佛祈愿的物品,在江户世俗文化环境中作为一种特殊的艺能形式而风行,它作为一种特殊类型的数学传播载体,也是世界数学文化史上独特的文化现象。本文介绍算额的历史文化背景及其在日本现代数学教育中的特殊作用。

一、江户时代日本人的信仰与奉纳绘马的风俗

在日本的名胜古迹中,要数寺庙神社最多,走进神社、寺庙就会立刻注意殿前绘马架上挂满了琳琅满目的彩绘木板,上面不仅绘有彩色的图画,而且还书写着悬挂者的姓名与愿望,这就是所谓的“绘马”,过去它是悬挂在神社、寺庙的廊檐或专供悬挂绘马的“绘马堂”内,是比较大的木制彩色匾额,现在悬挂的都较小,大多是各神社寺庙自制的,一面绘有图画,一面是空白的小木版,卖给前来神社寺庙参拜的游人,供他们在上面书写自己的愿望以向神佛祈愿,或感谢神佛使自己的愿望实现,日本人把这习俗叫做“奉揭绘马”,或“奉纳绘马”。



京都清水寺的绘马架



京都地主神社中的绘马

绘马的产生与宗教信仰活动有关,所以奉纳绘马的风俗在日本起源也较早。在古代的日本,人们认为神降临到人间所乘的神舆是马,所以就马视为神圣之物。最初他们向神社供奉的是活马,比如和铜六年(公元713年)开始编撰的地理著作《常陆国风土记》中,就有在祭祀中供奉活马这一风俗的记载,后来在《续日本纪》(公元797年)等日本古典文献中,一直有这方面的记载。由于经济上的考虑,后来人们用土制的或木制的马偶代替活马来进行祭祀,《续日本纪》中除有用活马祭祀的记载外,也有用马偶进行祭祀的记录,如在神护景云三年二月乙卯日这条记事中,就记载道当时用“马形”和马鞍奉献于太神宫^[1]。《神道名目类聚抄》称:“不及造马偶,只好画马奉献。当时的世俗,不止画马,还画各种图画奉献到社、寺中。”^[2]后来人们图方便,不再奉献活马与马偶,而是在木板上画上马的图画以代替马偶来奉献于神社、寺庙。至于绘马最初是在什么时候出现的,今天无法考证其确切的时间,它的普及与大众化应该在镰仓时代(1180—1333)以后。从古代遗留的绘马实物来看,大概在室町时代(1392—1573)末期就已经流行了。从这时起,奉纳神社、寺庙的绘马除画马的图形外,还画其他各种动物的图形,因为祭祀活动中常常是用牲畜供奉的。随着时代的推移,绘画形式、图案式样、画板式样等,都不断发生变化,而且人们所祈求的愿望

也呈多样化，如祈求病癒、平安生产、生意兴隆、考试合格、职位晋升、婚姻爱情美满、生儿育女等等，五花八门。



日本宫城县登米市东和町竹峰山大悲院华足寺的绘马

大约到了室町时代末期，是绘马发展的转型期，绘马的图案与内容不仅多样化，而且还出现匾额大型化的趋势，到了桃山时代（十六世纪后半叶）绘马开始出现了豪华化。从日本历史的中世乃至整个近世，各种艺能已普及到一般的社会阶层，町人文化十分兴盛，歌仙绘、浮世绘、和歌、和算等学艺发达起来，剑道、柔道、武道等艺道也非常流行，于是出现了学问性质的特殊绘马，如歌仙绘、艺能绘等。和算绘马就是这种特殊的学问绘马，后人称其为“算额”（算学匾额的意思）。

二、算额产生的社会文化背景

“算额”作为特殊的学问绘马出现于日本江户时代绝非偶然，它与江户时代的艺道文化有着密切的关系。在江户时代，文化中的各种学艺和艺能臻于成熟，并逐渐普及到社会的各阶层，如围棋、茶道、花道、书道、剑术、武道、和歌、浮世绘等，形形色色的艺道，集消遣、娱乐、智慧、艺术为一体，不仅为上层社会所接受，也是世俗民众的文化生活享受之道。和算与这些艺道一样，也是一门游艺，和算家不象欧洲近代数学家研究数学那样，把数学视为自然科学的工具，而是出于对“算道”的兴趣，和算所呈现的形式化与程式化的数学文化风格，与和算家的“艺道”情趣有关。和算的研习与承传常常是在“家元-免許制度”下进行的，该制度产生于江户初期，为武家社会、宗教系统、各类艺道所普遍采纳。艺道的各个门派常被冠以某“家”，或者某“流”。“家”是虚拟的“家族”单位，以师徒关系为纽带，是学艺门派的存续形式，门派内的最高组织者或学艺的权威者，被称作“家元”、“某某流道统”或“宗统传人”。家元与门人各有特定的权利与义务，家元对门人传授技艺，并据其修业情况发放修业免許状（即学业等级证书），以证明其所学门派与学力。弟子入门或接受免許状时，必须按照神文在神祇前发血誓，严守学艺秘密，保证在没有得到师傅允许的情况下决不对外公开本门的传书。弟子则要绝对忠实、服从、侍奉于家元。小仓金之助（1885—1962）曾经指出：“正当欧洲的学者在大学、学会从事科学研究之时，和算家却没有可以与之匹敌的学堂，他们只有一种行会性质的组织，他们的生活模式与武术、围棋、象棋匠师的生活模式相同，这样的生活模式必然地导致了他们最求数学解题过程中的巧妙性而不是数学发展的理论化、结构化，与其说和算是一种学术，到不如说它是作为一种艺术繁荣起来的，这是封建时代和算的特质”。^[3]

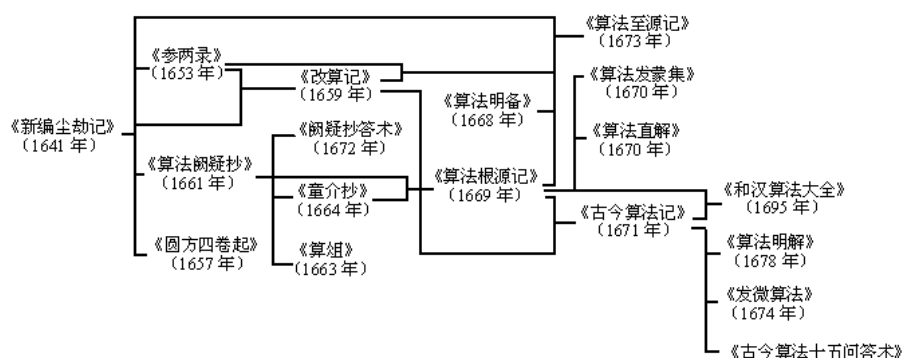
江户时代和算的普及与教育的普及有关，武家教育是在幕府直辖的学校以及各藩的藩校

中进行的，江户时代幕府直辖的学校大约有二十余所，藩校大约有二百几十所，教学内容虽都以儒学为中心，但也逐渐加入实学教育。由于武士对算学的兴趣，所以很多藩校也延聘了和算家作为算学师范以教授算学。江户时代的平民教育主要在寺子屋（即寺庙中的初等教育机构）、私塾、乡校等教育机构中进行，这类初等教育的学校很多，特别是寺子屋，最盛时多达一万五千多所，遍及日本全国城乡，几乎所有乡村都有，其教师（称作师匠）来源于僧侣、神官、医生、武士、浪人、书家、町人等，主要是识字、阅读、算术教育。算学教育内容基本上是以《尘劫记》等主的实用性算学知识和珠算，它对算学知识普及发挥了巨大作用。

由于民众对学艺学习的需求，江户时代日本社会上出现了各类专门的学艺私塾，和算私塾（也叫做算学道场）也应运而生，很多和算家就是靠开塾教授算学谋生的，如日下诚（1764—1839）、会田安明（1747—1817）、藤田贞资（1734—1807）父子、长谷川宽（1782—1838）父子、千叶胤秀（1775—1849）父子、内田五观（1805—1882）等，都是开塾授徒而名声远播的。奥州一关藩（今天的岩手县一关市）家老^①梶山次俊（1763—1804）所授弟子号称三千，千叶胤秀的弟子也达千人之多，这些学算学的弟子多是奥州及其周边地区的农民，该地域神社中的算额基本上都是这些人奉纳的。和算是江户世俗文化之一，江户时代社会各阶层的人都在学习、研究和算，著名和算家中有有马赖僮（1714—1783）、内藤政树（1703—1766）等这样的藩主，也有关孝和（1642?—1708）、建部贤弘（1664—1739）、山路主住（1704—1773）、户板保佑（1708—1784）等这样的武士，大多数人是市民（如加悦俊兴等）或农民（石黑信由（1760—1836）、千叶胤秀等）。武士因具有良好的教育背景和闲逸的时间，对和算的发展贡献最大，他们大都是幕府与各藩的役人，从事与数学有关的财务管理、测量、工程等工作。

江户时代各社会阶层的人把数学当成一种艺能加以研习与承传，奉纳算额正是这种艺能活动的表现。

奉纳算额风俗的兴起还与江户初期（十七世纪前半叶）数学著作中的遗题承继风气有关。遗题承继是江户初期十分流行的，非常独特的数学文化现象，类似今天的数学问题征解，很多算书都提出自己的问题或是对前人著作中遗题的解答。宽永十八年（1641）版的《新编尘劫记》开此先例，作者在该书之末附有 12 个遗留问题供读者解答，12 年之后榎並和澄著《参两录》解答这 12 个遗题，随后又出现《圆方四卷记》、《改算记》、《算法阙疑抄》、《算法至源记》等解答书，这些书末又各自提出自己的遗题。江户初期各算书中遗题承继的关系如下：



遗题承继这种形式使和算知识的承传演变成带有竞技性质，推动了和算的普及与发展。

学习、研究和算的人，最初是为了自己能够顺利地进行数学研究、数学能力不断提高而向神佛祝愿，于是向神社佛阁奉纳绘马，当然也包含为使自己会解数学问题因而感谢神佛恩赐，目的在于勉学。以后演变成各种愿望都有，有祈愿家庭安全的、有祈愿学术私塾繁荣的、有祈愿子孙出生的，恐怕最多的是祈愿自己能够解难题、能够构造出好的数学问题，或者是为炫耀自己数学能力的优秀。一般都是在绘马板上写出数学问题，要求读者给予解答，也有

^① 家老，官职名，江户时代大名、小名家的重臣，统帅家中的武士。

奉纳者自己给出解答的。例如，京都市八坂神社的算额，是对1683年奉纳的伏见御香宫算额问题的解答算额，类似于早期和算书中的遗题继承。和算家通过算额问题进行学术交流与学术辩论，最上流和算家与关流和算家的争论最为显著，最上流会田安明的《芝爱宕山奉纳算额》就是典型的例子。

数学爱好者将奉纳算额作为一种游艺，也有一些人还通过游历以数学为生计，江户时代就出现了所谓的“游历算家”，代表人物有幕末的山口和(?—1850)与佐久间纘(1819—1896)等人，“算额”这一名称，大概最早出现于山口和的《道中日记》中。这些游历算家到处旅行并教授数学，他们首先去神社佛阁调查有无算额，如果有就再去拜访奉纳者，找不到这些奉纳者，就去找一些庄主、名主和富裕的农民，说自己是数学家，如果这个村庄有对数学感兴趣的年轻人，自己就可以教他们，于是开办数学私塾。

三、算额现存情况及其数学内容

算额最早出现于何时，今不可考。从村瀬义益的《算学渊底记》(1681)可以看出，江户时代中期的宽文年间(1661—1673)就已形成了这种风习，江户(今东京)各地就存有算额问题。在《算学渊底记》中，介绍了悬挂于“武州目黑不动尊”的算额问题。可以推测，京都、大阪等地，或许在更早的时候就已经有许多算额了。这一风习一直持续到明治时期，所以今天在神社、寺庙中发现的算额也有一部分是明治时期的算额。



2009年3月笔者考察东京天满宫算额

现存最早的算额是栃木县佐野市星宫神社天和三年(1683)奉纳的算额，其次分别是京都市北野天满宫(1686)、京都市八坂神社(1691)、福井县武生市大塩八幡宫(1701)、埼玉县本庄市都島正观音(1726)等地的算额。除北海道地区没有发现算额外，日本全国几乎所有地区都出现过算额，到1997年为止，全国范围内共发现现存的算额大约有884面，最近这几年又新发现一些算额，现存算额总数大约达到900余面。这些算额现在都逐步被电子化，在网上公布(网址为：和算の馆 <http://www.wasan.jp/>)。

江户时代中后期，随着奉纳算额风习的流行，也出现了通过解答算额中的问题而进行数学学习的现象，所以在18世纪后半叶，出现了“算额问题集”之类数学书。最早的“算额问题集”是藤田贞资的《神壁算法》(1789)，此后，仿此的算额问题集陆续出版，比较著名的有以下诸书：

新定理的发现也非常少,中国传统数学中几何学内容与成就也比代数学薄弱得多,相对于此,十八、十九世纪和算的几何却十分发达,算额的几何问题中包含了大量的几何新定理,例如,悬挂于福井县鯖江市舟津神社的算额中的几何问题,本质是Descartes圆定理和Soddy六球定理^[5]。今天的日本数学史研究者在研究算额时经常发现,算额中的很多问题,本质上是后来西方数学家所发现的某些几何定理。江户时代和算家为处理特别复杂的几何图形计算,还发明了如“变形术”、“极形术”、“算变法”之类的特殊的几何变换方法。今天对于那些没有学习过和算的数学教师和学生来说,要想读懂和算家的解法也非易事,即使有今天的解析方法求解算额中的难题,也需要较高的数学修养与解题能力。现在日本的数学爱好者在解答算额问题时,基本采用现代的解析方法(特别是解析几何方法),使用现代数学语言和符号,再现和算家的解法过程。这方面的著述颇多,其中比较有影响的是爱知县春日井高等学校的数学教师深川英俊与美国加利福尼亚大学数学教授Dan Sokolowsky共同撰著的Japanese Temple Geometry Problems(1989年在加拿大出版)。该书又于1994年以书名《日本の数学—一問題解けますか?》(深川英俊,ダン・ソコロフスキー)在日本森北出版社出版。另外还有長野县和算研究会编辑出版的英文著作Japanese Temple Mathematical problems也有一定的影响。此外还有

1. 深川英俊&ダン・ペドー. 《日本の幾何: 算額》, 森北出版, 1991年.
2. 深川英俊&ダン・ソコロフスキー. 《日本の数学(上・下)》森北出版, 1994年.
3. 深川英俊. 《日本の数学と算額》. 森北出版, 1998年.
4. ロバート・ゲレットシユレーガー著, 深川英俊訳, 《折紙の数学》, 森北出版, 2002年.
5. Hidetoshi Fukagawa & John F.Rigby. Traditional Japanese Mathematics Problems of the 18th & 19th centuries. (2002:SCT-publishing:Singapore)
6. Hidetoshi Fukagawa, Tony Rothman and Freeman Dyson. Sacred Mathematics: Japanese Temple Geometry, (Princeton University Press, Jul 1, 2008)

四、算额在现代数学教育中的利用

由于对和算史料的调查,从明治时代开始,日本学术界就对算额进行调查研究,这一工作始于著名数学史家三上义夫(1875—1950),他在受聘学士院专事和算史料调查工作期间,走遍日本全国农村,追寻和算家后代子孙,调查各地和算家师承关系、藏书与活动等情况,并且调查广布各地神社寺庙的算额。^[6]其后,以日本数学史学会为中心开展算额调查活动,1964年出版了赤羽千鹤等人的《長野県の算額》,萩野公刚整理出版了《乡土数学文献》,1966年松冈元久出版了《山形の算額》,此后,地方和算史研究与算额研究十分活跃,很多县都成立了地方和算史研究会,其会员基本都是中学数学教师,他们对地方和算史资料,尤其是算额进行调查与研究,开展和算普及工作。自赤羽千鹤、萩野公刚、松冈元久等人工作发表之后,算额调查与地方和算史料调查方面的成果一直非常丰富,据不完全统计,有100余种。目前,日本的地方和算研究会、日本数学史学会以及和算研究所的工作,除调查和算史料外,还经常举办一些数学史料展示会、研讨班、和算读书会等,开展和算史的普及工作。中学数学教师在对本地算额进行调查研究的同时,也注意在中学数学教学中充分利用这些历史材料,发挥它们的教育作用,一些中学数学教师在数学教学中有计划地组织学生到当地的神社、寺庙中探寻遗存的算额,并进行解读。同时也指导学生自己制作新的算额奉纳于神社、寺庙中,通过这样的探寻、制作算额的数学实践活动,培养学生自己发现问题、提出问题的意识和能力,并学会自己做数学、感悟和欣赏数学,同时也有益于学生了解日本江户时代的历史文化,特别是了解当地的乡土历史文化^[7]。

算额作为日本江户时代的民族历史文化遗产,得到了很好的保护。今天日本以地方和算研究会为中心的数学史普及活动,以及将数学教育与数学史紧密结合的一系列工作,使传统

的数学文化在今天的数学教育中发挥积极作用。

参考文献

- ¹ 岩井宏実，《絵馬——ものと人間の文化史》，法政大学出版局，1974，P11
- ² 轉引自岩井宏実，《絵馬——ものと人間の文化史》，法政大學出版局，1974，P20
- ³ 小倉金之助.日本数学史の一瞥.《小倉金之助著作集》第三卷:《中国·日本の数学》.劲草書房. 1973. p160
- ⁴ 近畿数学史学会編.近畿の算額——数学の絵馬を訪ねて. 大阪教育图书株式会社，1992，P36
- ⁵ 道協義正、木村規子, Descartes の定理と Soddy の六球連鎖定理に関連して, 科学史研究, 第II期第22卷 (No.148) 岩波書店, 1983,P160
- ⁶ 松崎利雄, 和算の數學的研究小史,《數學史研究》, 通卷80卷, 1979, 1-3, 創立20周年紀念號, P34
- ⁷ 本上亮典, “算額の製作”をテーマにした総合的な學習, 第3回放林館教育實踐大賞受賞論文。